

Loi normale centrée réduite

Tout se fait à la calculatrice !

Il faut donc aller voir le mode d'emploi de la vôtre pour savoir l'utiliser .

Deux informations importantes à ne pas perdre de vue :

- 1) $\sigma = 1$ et $\mu = 0$
- 2) La loi normale inverse ne fonctionne que lorsqu'on cherche k tel que $P(X < k) = \text{valeur donnée}$.

 Calculer $P(-3 < X < 5)$

On va dans le menu stats , loi normale , on entre en borne inférieure -3 , en borne supérieure 5 , $\sigma = 1$ et $\mu = 0$

 Calculer $P(X < 5)$

On va dans le menu stats , loi normale , on entre en borne inférieure -1×10^{99} , en borne supérieure 5 , $\sigma = 1$ et $\mu = 0$

 Calculer $P(X > 6)$

On va dans le menu stats , loi normale , on entre en borne inférieure 6 , en borne supérieure 1×10^{99} , $\sigma = 1$ et $\mu = 0$

 Déterminer k tel que $P(X < k) = 0,2$

On va dans le menu stats , loi normale inverse , on entre $0,2$, $\sigma = 1$ et $\mu = 0$

 Déterminer k tel que $P(X > k) = 0,2$

On va dans le menu stats , loi normale inverse , on entre $1 - 0,2$, $\sigma = 1$ et $\mu = 0$

Et oui , $P(X < k) = 1 - P(X > k)$!!

 Déterminer k tel que $P(-5 < X < 5) = 0,2$

On se sert de la propriété de la loi normale centrée réduite

$$\begin{aligned} P(-5 < X < 5) &= 2P(X < 5) - 1 \text{ donc si } P(-5 < X < 5) = 0,2 \text{ alors } P(X < 5) \\ &= \frac{1 + 0,2}{2} = 0,6 \end{aligned}$$

On va donc dans le menu stats , loi normale inverse , on entre $0,6$, $\sigma = 1$ et $\mu = 0$

Loi normale quelconque

Deux situations se présentent :

- 1) On connaît σ et μ

2) On cherche σ et μ

Dans le premier cas , on utilise uniquement la calculatrice

Dans le deuxième , il faut se ramener à la loi normale centrée réduite

🔗 On connaît σ et μ

📖 On veut calculer $P(X < 3)$, $P(X > 5)$, $P(-5 < X < 8)$

Comme avec la loi normale centrée réduite , on va dans le menu stats , loi normale , on entre les valeurs des bornes inférieures et les valeurs connues de σ et μ

📖 On veut déterminer k tel que $P(X < k) = 0,5$, $P(X > k) = 0,7$

Comme avec la loi normale centrée réduite , la seule différence est dans les valeurs de σ et μ

📖 On veut déterminer k tel que $P(\mu - k < X < \mu + k) = 0,4$

Il faut revenir à la loi normale centrée réduite

$$X \text{ suit } \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \Leftrightarrow Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ suit } \mathcal{N}(0,1)$$

$$\begin{aligned} P(\mu - k < X < \mu + k) &= P(\mu - k < \sigma Y + \mu < \mu + k) = P(-k < \sigma Y < k) \\ &= P\left(\frac{-k}{\sigma} < Y < \frac{k}{\sigma}\right) = 2P\left(Y < \frac{k}{\sigma}\right) - 1 \end{aligned}$$

$$P(\mu - k < X < \mu + k) = 0,4 \Leftrightarrow P\left(Y < \frac{k}{\sigma}\right) = 0,7$$

On va dans le menu stats de la calculatrice , loi normale inverse , on entre 0,7 et attention , $\sigma = 1$ et $\mu = 0$ puisque Y suit la loi centrée réduite

On obtient ainsi la valeur de $\frac{k}{\sigma}$ et il reste à multiplier par σ pour avoir k

🔗 On cherche σ et μ

On donne deux probabilités par exemple $P(X < 5) = 0,2$ et $P(X < 6) = 0,3$

On va revenir à la loi normale centrée réduite

$$X \text{ suit } \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \Leftrightarrow Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ suit } \mathcal{N}(0,1)$$

$$P(X < 5) = 0,2 \Leftrightarrow P(\sigma Y + \mu < 5) = 0,2 \Leftrightarrow P\left(Y < \frac{5 - \mu}{\sigma}\right) = 0,2$$

On va dans le menu stats , loi inverse normale avec $\sigma = 1$ et $\mu = 0$ et on a :

$$\frac{5 - \mu}{\sigma} = -0,84 \Leftrightarrow -0,84\sigma + \mu = 5$$

C'est une première équation

Maintenant on va en chercher une deuxième

$$P(X < 6) = 0,3 \Leftrightarrow P\left(Y < \frac{6 - \mu}{\sigma}\right) = 0,3 \text{ donc } \frac{6 - \mu}{\sigma} = -0,52 \Leftrightarrow -0,52\sigma + \mu = 6$$

Voilà !

Et que fait-on avec deux équations ? On résout un système !!

$$\begin{cases} -0,84\sigma + \mu = 5 \\ -0,52\sigma + \mu = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -0,84\sigma + \mu = 5 \\ 0,32\sigma = 1 \text{ (ligne 2 - ligne 1)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sigma = 3,125 \\ \mu = 5 + 0,84 \times 3,125 = 7,625 \end{cases}$$